

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Semimodul atas semiring adalah perluasan dari teori modul atas ring. Definisi dari semimodul atas semiring sedikit berbeda dari definisi modul atas ring. Yang membedakan antara modul dan semimodul terletak pada syarat pertama, yaitu pada $(\mathcal{M}, +)$. Jika pada modul, $(\mathcal{M}, +)$ merupakan grup komutatif, maka pada semimodul, $(\mathcal{M}, +)$ merupakan monoid komutatif.

Konsep semimodul telah dikembangkan oleh Yusuf pada tahun 1966 dalam jurnalnya yang berjudul *Invers Semimodules*. Perkembangan yang diperoleh adalah konsep semimodul invers atas semiring dengan teorema semimodul invers dalam semimodul. Selanjutnya pada tahun 1999, Golan mendeskripsikan semiring dan semimodul atas semiring secara komprehensif dalam jurnalnya yang berjudul *Semirings and Their Applications*.

Pada tahun 2014, Shu dan Wang dalam jurnalnya yang berjudul *The Cardinality of Bases in Semilinear Space Over Commutative Semirings* dan *Dimensional Formulas of Semilinear Subspace Over Semirings* yang membahas kardinalitas basis dan dimensi dari semimodul atas semiring komutatif. Serta Tan dalam jurnalnya yang berjudul *Bases in Semimodules Over Commutative Semirings* pada tahun 2014, memperkenalkan beberapa syarat ekuivalen sebuah basis untuk menjadi basis bebas dalam \mathcal{S} -semimodul bebas yang dihasilkan secara berhingga. Selain itu, dalam jurnal yang berjudul *Inner Products on Semimodules Over a Commutative Semiring*, Tan juga memperkenalkan hasil kali dalam pada semimodul dan diperoleh deskripsi ekuivalen untuk semifield \mathcal{S} yang memenuhi sifat pada setiap himpunan ortogonal standar dalam semimodul \mathcal{M} .

Berdasarkan uraian di atas, dalam skripsi ini dikaji kembali mengenai himpunan bebas dan subsemimodul bebas dalam semimodul, merujuk pada jurnal berjudul *Free Sets and Free Subsemimodules in a Semimodule* yang merupakan hasil penelitian

dari Yi-Jia Tan pada tahun 2016.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan yang dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana definisi himpunan bebas dan subsemimodul bebas dalam semimodul?
2. Bagaimana sifat-sifat himpunan bebas dan subsemimodul bebas dalam semimodul?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan dari skripsi ini adalah:

1. Menjelaskan definisi dari himpunan bebas dan subsemimodul bebas dalam semimodul.
2. Membuktikan sifat-sifat himpunan bebas dan subsemimodul bebas dalam semimodul.